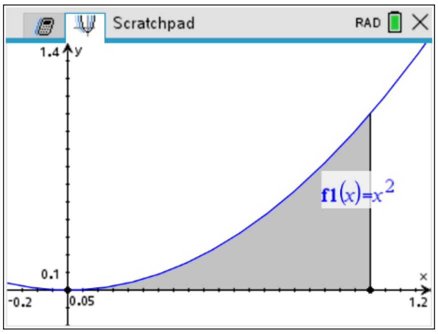
TI-*n*spire CAS – Untersumme, Obersumme, Integral

Vorbereitung

Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ über dem Intervall [0;1]? Zur Beantwortung dieser Frage musst du die Fläche in Streifen zerlegen und mittels einbeschriebener und umbeschreibender Treppenfiguren berechnen.

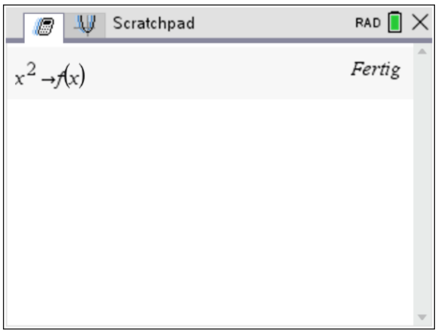
Rufe mit [on] *und* [A] *das Scratchpad auf.*



Funktion definieren

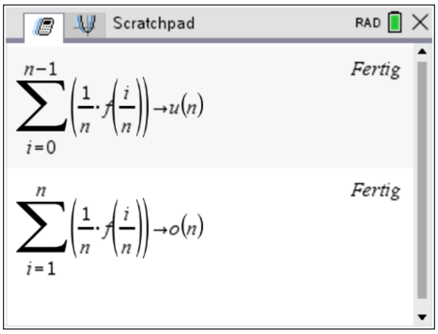
Es ist zweckmäßig, dass du die gegebene Funktion gleich zu Beginn als $f(x)$ definierst.

Später kannst du hier andere (monoton wachsende) Funktionen eingeben.



Ober- und Untersummenfunktion definieren

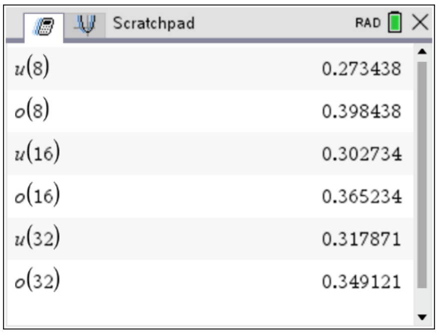
Das Intervall [0;1] zerlegst du in n Streifen. Jeder Streifen hat die Breite 1/n. Jedes einbeschriebene [umbeschriebene] Rechteck ist so hoch wie der Funktionswert an der linken [rechten] Streifengrenze. Die Summe aller einbeschriebenen [umbeschriebenen] Rechtecke speicherst du als Untersumme u(n) [Obersumme o(n)].



Ober- und Untersummen berechnen

Berechne die Unter- und Obersumme für eine Zerlegung in 4,8,16 und 32 Streifen durch Aufrufen der Funktionen u() und o() mit der entsprechenden Streifenzahl als Argument.

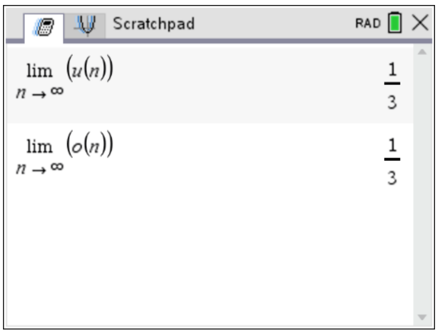
Ober- und Untersumme scheinen sich mit steigender Streifenanzahl anzunähern…



Grenzwerte der Summen bestimmen

Die Grenzwerte von Ober- und Untersumme sind in der Tat identisch. Der gemeinsame Grenzwert heißt „Integral der Funktion $f(x)$ nach dx in den Grenzen von 0 bis 1“.

$$\lim_{n\to\infty} u(n) = \lim_{n\to\infty} o(n) = \int_0^1 f(x)dx$$

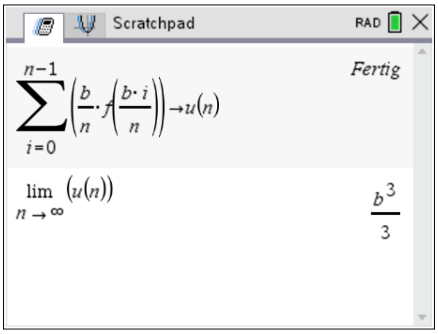


TI-*n*spire CAS – Untersumme, Obersumme, Integral

Obere Intervallgrenze verändern

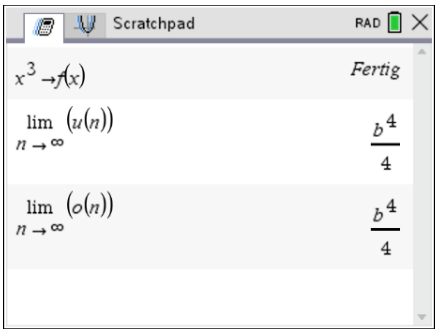
Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ über dem Intervall [0;b]?

Zur Beantwortung dieser Frage musst du nur die Intervallbreite bei der Definition der Unter- und Obersummenfunktion anpassen. Sie beträgt jetzt b/n. Der Rest bleibt unverändert.



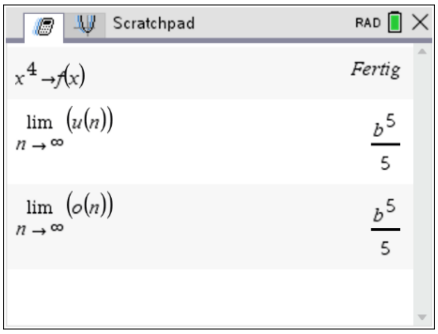
Aufgabe 1

Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3$ über dem Intervall [0;b]?



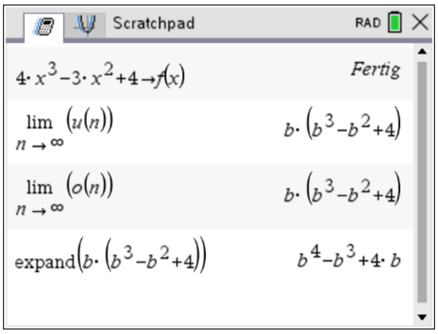
Aufgabe 2

Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = x^4$ über dem Intervall [0;b]?



Aufgabe 3

Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 4$ über dem Intervall [0;b]?



Untere Intervallgrenze verändern

Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ über dem Intervall [a;b]?

Erneut musst du die Definition der Unter- und Obersummenfunktion anpassen. Es ist darüber hinaus ratsam, dass du die Intervallgrenzen als Funktionsparameter verwendest…