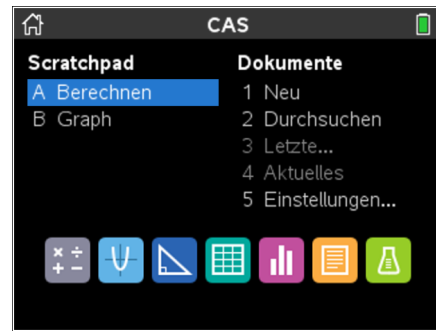


TI-nspire CAS – Lösen von Gleichungssystemen

Vorbereitung

Mehrere zusammenhängende Gleichungen mit einer oder mehreren Variablen nennt man ein Gleichungssystem (LGS). Gesucht sind die Variablenwerte, für die alle Gleichungen des LGS zu wahren Aussagen werden.

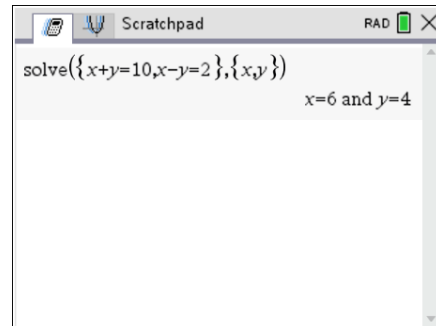
Rufe mit $\overline{\text{on}}$ und $\overline{\text{A}}$ das Rechenfenster im Scratchpad auf.



Gleichungssysteme mittels solve() lösen

Drücke $\overline{\text{menu}}$, $\overline{\text{3}}$ für „Algebra“ und $\overline{\text{1}}$ für „Löse“. Es erscheint „solve()“. Gib zwischen den runden Klammern in geschweiften Klammern und durch Kommata getrennt alle Gleichungen ein. Drücke $\overline{\text{,}}$ und gib in geschweiften Klammern und durch Kommata getrennt alle Variablen ein. Drücke $\overline{\text{enter}}$.

Hinweis: solve() kann man auch manuell eintippen.

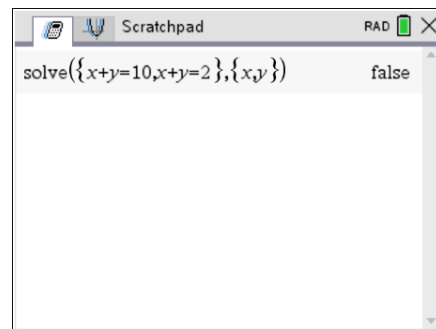


Gleichungssysteme ohne Lösung

Ein LGS kann keine, eine oder unendlich viele Lösungen besitzen. Das LGS

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

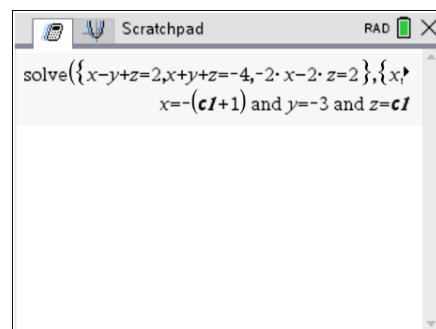
hat keine Lösung. Beim Versuch, es zu lösen, erscheint „false“.



Systeme mit unendlich vielen Lösungen

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y + z = -4 \\ -2x - 2z = 2 \end{cases}$$

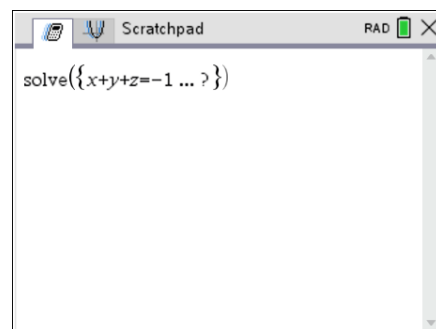
Dieses LGS hat unendlich viele Lösung. Das erkennt man am Parameter c1 in der Lösung, der für eine frei wählbare reelle Zahl steht. Anstelle von c1 kann auch c2, c3, ... erscheinen.



Aufgabe 1

Löse folgende Gleichungssysteme.

$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x + 4z = 0 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ 3y + z = 0 \\ 2x + 3y - z = 4 \\ -x + z = -2 \end{cases}$$



TI-nspire CAS – Lösen von Gleichungssystemen

Aufgabe 2

Adele, Babsi und Carla sind zusammen 55 Jahre alt. Babsi ist ein Jahr älter als Adele. Adele ist drei Jahre jünger als Carla.

Wie alt ist jede der drei?

Stelle zur Beantwortung der Frage ein Gleichungssystem auf und löse es.

Gleichungssysteme mittels rref() lösen

Du kannst LGS auch mit der rref()-Funktion lösen. Dazu musst du es in Form einer erweiterten Koeffizientenmatrix eingeben. Schreibe „rref“, dann in runden Klammern eckige Klammern. Gib in weiteren eckigen Klammern und durch Kommata getrennt die Koeffizienten jeder Gleichung ein. Drücke **[enter]**. Die Lösung erscheint als Matrix.

Lösungsmenge ablesen

Die rref()-Funktion gibt die Lösung in Form einer Matrix aus, die du selbst interpretieren musst. Im nebenstehenden Beispiel wandelt der rref()-Befehl ein LGS wie folgt um:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} x - y - z & = & 2 \\ -x + 2y + z & = & 0 \\ 2x - 3y + 4z & = & 8 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{array} \right|$$

Interpretation der Lösungsmenge

Erscheint ein Widerspruch in der Lösungsmatrix, so hat das LGS keine Lösung. Das erste Beispiel enthält den Widerspruch $0 = 1$.

Enthält die Lösungsmatrix mehr Variablen als Zeilen, so hat das LGS unendlich viele Lösungen. Nullzeilen wie im zweiten Beispiel zählen in diesem Sinne als nicht vorhandene Zeilen.

solve() versus rref()

Bei der Nutzung von solve() kannst du alle Gleichungen so eingeben, wie du sie vorfindest oder aufstellst. Bei der Nutzung von rref() musst du die Variablen in den Gleichungen sortieren und dir merken, wo welche Variable steht. solve() zeigt die Lösung direkt an, rref() liefert eine Matrix, die du interpretieren musst.

```
solve({a+b+c=55 ... ?})
```

```
rref([[1,1,10][1,-1,2]])
```

```
rref( $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ )
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
rref( $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ )
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
rref( $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ )
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
solve({x+2·y=-z, 2·x+y-z=-3, x-2·z=2·y}, {x,y,z})
```

$$x=2 \text{ and } y=-3 \text{ and } z=4$$

```
rref( $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ )
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$