Übungsaufgaben – Innermathematische Flächenberechnungen

1. Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, den der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$ und die x −Achse vollständig begrenzen.

2. Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen f mit $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$ und g mit $g(x) = 2x^2 - 3x + 15$ vollständig eingeschlossen wird.

3. Von den Graphen der Funktionen f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{9}{4}x$ und g mit $g(x) = \frac{1}{4}x$ werden zwei Teilflächen begrenzt. Bestimmen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte der Teilflächen.

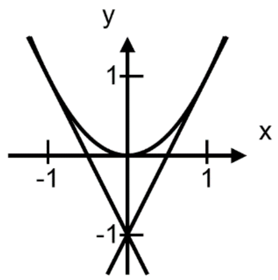
4. Gegeben sind die Funktionsschar f_k mit $f_k(x) = kx^2,\ k \neq 0$ sowie die Funktion g mit $g(x) = x$. Die Graphen der Funktionen f_k und g begrenzen eine Fläche vollständig. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

5. Gegeben sind die Funktionsschar f_k mit $f_k(x) = -x^2 + kx,\ k > 0$ sowie die Funktion g mit $g(x) = x^2 - x$. Die Graphen der Funktionen f_k und g begrenzen eine Fläche vollständig. Bestimmen Sie k für den Fall, dass der Flächeninhalt der beschriebenen Fläche $\frac{8}{3}FE$ beträgt.

6. Gegeben sind die Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 3x$ sowie die Funktionsschar g_k mit $g_k(x) = kx$. Der Graph der Funktion f und die x-Achse begrenzen eine Fläche vollständig. Bestimmen Sie k so, dass der Graph der Funktion g_k diese Fläche im Verhältnis $1 : 1$ teilt.

7. Die Ursprungsgerade $y = mx$ mit $0 < m < 6$ schneidet den Graph der Funktion f mit $f(x) = -x^2 + 6x$ in zwei Punkten. Bestimmen Sie m so, dass die zugehörige Ursprungsgerade die vom Graph der Funktion f und der x-Achse vollständig begrenzte Fläche halbiert.

8. Vom Punkt $P(0|-1)$ sind die Tangenten an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^2$ gezeichnet.
   a) Ermitteln Sie die Berührstellen der Tangenten an den Graphen und geben Sie die Gleichungen beider Tangenten an.
   b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von beiden Tangenten und dem Graph der Funktion f vollständig begrenzt wird.



---

einige Lösungen:

1. $A = \frac{407}{4}FE = 101{,}75FE$
2. $A = \frac{125}{3}FE \approx 41{,}67FE$
3. $A_1 : A_2 = \frac{1}{4}FE : \frac{1}{4}FE = 1 : 1$
4. $A = \frac{1}{6k^2}$
5. $k = 3$
6. $k \approx 0{,}62$
7. $m \approx 1{,}2378$
8. $t_1: y = 2x - 1;\ t_2: y = -2x - 1;\ A = \frac{2}{3}FE$